Problem des Monats August / September 2024

Das 12-Münzen-Wägeproblem

Das 12-Münzen-Wägeproblem hat eine lange Geschichte und wurde schon in zahlreichen Büchern, Zeitschriften sowie im Internet diskutiert.

Gegeben sind 12 identisch aussehende Münzen, von denen genau eine gefälscht ist: sie hat ein anderes Gewicht als die restlichen (es ist aber nicht bekannt, ob sie schwerer oder leichter ist).



Aufgaben

Wie kann man mit einer Balkenwaage mit 3 Wägungen herausfinden,

- a) welche Münze gefälscht ist? (etwas leichtere Version des Problems)
- b) welche Münze gefälscht ist und ob diese Münze schwerer oder leichter ist? (eigentliche Version des Problems)



Der berühmte Mathematiker John Conway (1937-2020) befasste sich ebenfalls mit diesem Problem und fand eine sehr elegante Möglichkeit, die Lösung aufzuschreiben (oft ist in der Mathematik das Erfinden einer guten Notation ein wichtiger Schritt auf dem Weg zur Lösung eines Problems). Auf diese Weise konnte er allgemein zeigen, dass man mit n Wägungen auskommt, um Aufgabe b) für $\frac{3^n-3}{2}$ Münzen zu lösen.

